Allineamento del sistema di inseguimento solare rispetto al sistema di riferimento astronomico

Fabrizio Alberti e Marco Cozzini
Fondazione Bruno Kessler (FBK)
Renewable Energies and Enviromental Technologies (REET) Unit

June 18, 2012

Introduzione

Possibili imprecisioni nell'installazione del sistema possono provocare un disallineamento tra il sistema di riferimento associato con la meccanica dell'inseguitore e il sistema di riferimento astronomico rispetto al quale vengono normalmente calcolate le coordinate solari.

Si considerano qui due possibili effetti: (i) la possibile inclinazione dell'asta principale dell'inseguitore rispetto al sistema di riferimento magnetico (tale inclinazione viene rilevata tramite una bussola e un sensore giroscopico per individuare la direzione verticale rispetto al terreno) e (ii) la discrepanza tra il sud magnetico e il sud astronomico.

Definizioni

Sistema di riferimento astronomico, base $\{\hat{\boldsymbol{e}}_i\}_{i=1,2,3}$, con

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{e}}_1 &= \hat{\boldsymbol{n}}_{S_A} \ , \quad (1) \\ \hat{\boldsymbol{e}}_2 &= \hat{\boldsymbol{n}}_{E_A} \ , \quad (2) \\ \hat{\boldsymbol{e}}_3 &= \hat{\boldsymbol{n}}_V \ , \quad (3) \end{aligned}$$

dove i pedici S_A, E_A e V si riferiscono rispettivamente al sud magnetico, all'est magnetico e allo zenith (direzione verticale).

Sistema di riferimento magnetico, base $\{\hat{\boldsymbol{e}}'_i\}_{i=1,2,3}$, con

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{e}}'_1 &= \hat{\boldsymbol{n}}_{S_M} \ , \quad (4) \\ \hat{\boldsymbol{e}}'_2 &= \hat{\boldsymbol{n}}_{E_M} \ , \quad (5) \\ \hat{\boldsymbol{e}}'_3 &= \hat{\boldsymbol{n}}_V \ , \quad (6) \end{aligned}$$

dove i pedici S_M e E_M si riferiscono rispettivamente al sud e all'est magnetici.

Il sistema di riferimento dell'inseguitore, base $\{\hat{\boldsymbol{e}}''_i\}_{i=1,2,3}$, con

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{e}}''_1 &= \hat{\boldsymbol{e}}''_2 \times \hat{\boldsymbol{e}}''_3 \ , \quad (7) \\ \hat{\boldsymbol{e}}''_2 &= -\hat{\boldsymbol{n}}_p \times \hat{\boldsymbol{n}}_V / |\hat{\boldsymbol{n}}_p \times \hat{\boldsymbol{n}}_V| \ , \quad (8) \\ \hat{\boldsymbol{e}}''_3 &= \hat{\boldsymbol{n}}_p \ , \quad (9) \end{aligned}$$

dove il vettore unitario $\hat{\boldsymbol{n}}_p$ punta nella direzione dell'asta principale dell'inseguitore.

La trasformazione dal sistema di riferimento astronomico al sistema di riferimento dell'inseguitore risulta

$$\hat{\boldsymbol{e}}''_i = \sum_j G_{ij} \hat{\boldsymbol{e}}_j \ . \quad (10)$$

Calcolando i termini $G_{ij} = \hat{\boldsymbol{e}}''_i \cdot \hat{\boldsymbol{e}}_j$ si ricava

$$G = \begin{pmatrix} \cos(d+\psi)\cos\rho & -\sin(d+\psi)\cos\rho & -\sin\rho \\ \sin(d+\psi) & \cos(d+\psi) & 0 \\ \cos(d+\psi)\sin\rho & -\sin(d+\psi)\sin\rho & \cos\rho \end{pmatrix} \ , \quad (11)$$

dove $d \in [-\pi, \pi)$ è l'angolo tra il sud astronomico e il sud magnetico (considerato positivo quando il sud magnetico si trova a ovest di quello astronomico), mentre $\rho \in [0, \pi]$ e $\psi \in [-\pi, \pi)$ sono rispettivamente l'angolo allo zenith e l'angolo di azimuth cambiato di segno che danno l'orientazione del sistema di riferimento dell'inseguitore rispetto al sistema di riferimento magnetico (ψ è considerato positivo quando l'asta dell'inseguitore si trova a ovest del sud magnetico).

Coordinate solari

Le coordinate solari sono tipicamente espresse in termine di angoli sferici rispetto al sistema di riferimento astronomico. Indichiamo con $z \in [0, \pi]$ l'angolo allo zenith e con $w \in [-\pi, \pi)$ l'angolo di azimuth cambiato di segno (w risulta pertanto crescente mano a mano che il sole si sposta da est a ovest). Il vettore unitario che punta nella direzione del sole risulta $\hat{\boldsymbol{n}}_S = \sin z \cos w \, \hat{\boldsymbol{e}}_1 - \sin z \sin w \, \hat{\boldsymbol{e}}_2 + \cos z \, \hat{\boldsymbol{e}}_3$, ed il vettore colonna dato dalle componenti di $\hat{\boldsymbol{n}}_S$ rispetto alla base $\{\hat{\boldsymbol{e}}_i\}_i$ diventa

$$\hat{\boldsymbol{n}}_S[\{\hat{\boldsymbol{e}}_i\}_i] = \begin{pmatrix} \sin z \cos w \\ -\sin z \sin w \\ \cos z \end{pmatrix} . \tag{12}$$

Rispetto al sistema di riferimento dell'inseguitore dato dalla base $\{\hat{\boldsymbol{e}}''_i\}_i$, le componenti di $\hat{\boldsymbol{n}}_S$ sono invece date da

$$\hat{\boldsymbol{n}}_S[\{\hat{\boldsymbol{e}}''_i\}_i] \quad = \quad G\hat{\boldsymbol{n}}_S[\{\hat{\boldsymbol{e}}_i\}_i] = \begin{pmatrix} \cos\theta \cos r \\ -\cos\theta \sin r \\ \sin\theta \end{pmatrix} , \tag{13}$$

dove $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ (l'angolo di inclinazione, complementare dell'angolo allo zenith) e $r \in [-\pi, \pi)$ (l'angolo di azimuth cambiato di segno) descrivono i movimenti dell'inseguitore nel corrispondente sistema di riferimento. Esplicitamente si trova

$$\begin{aligned} \theta &= \arcsin(G_{31} \sin z \cos w - G_{32} \sin z \sin w + G_{33} \cos z) = \\ &= \arcsin\left[\sin\rho \sin z \cos(d + \psi - w) + \cos\rho \cos z\right] , \qquad (14) \\ r &= -\arctan \frac{G_{21} \sin z \cos w - G_{22} \sin z \sin w + G_{23} \cos z}{G_{11} \sin z \cos w - G_{12} \sin z \sin w + G_{13} \cos z} = \\ &= -\arctan \frac{\sin z \sin(d + \psi - w)}{\sin z \cos\rho \cos(d + \psi - w) - \cos z \sin\rho} . \qquad (15) \end{aligned}$$

Per calcolare r su tutto l'intervallo $[-\pi, \pi)$ è necessario porre attenzione al modo in cui viene calcolata la funzione arctan, usualmente definita solo a valori nell'intervallo $(-\pi/2, \pi/2]$.

Sud astronomico

Allo scopo di misuare l'angolo d tra il sud astronomico e quello magnetico si può adottare la procedura seguente, basata sul rilevamento della posizione reale del sole tramite gli appositi sensori.

Si guida inizialmente il sistema di inseguimento secondo le coordinate solari sopra riportate assumendo $d = 0$ (ovvero si utilizzano le precedenti formule per θ e r sostituendo $d = 0$). In questo modo l'inseguitore arriva a puntare approssimativamente nella direzione del sole, con un errore dipendente dall'effettiva discrepanza tra sud magnetico e sud astronomico (si assume che il sud magnetico sia stato correttamente rilevato tramite bussola). A questo punto il sistema di retroazione basato sui sensori di radiazione corregge il rimanente errore di puntamento, muovendo ulteriormente l'inseguitore secondo gli angoli $\Delta\theta$ e Δr. Dalla rilevazione di uno di questi angoli è infine possibile calcolare d, secondo quanto riportato di seguito.

L'angolo $d = 0$ può essere direttamente calcolato osservando che

$$\theta(d = 0) + \Delta\theta = \theta(d) \ , \tag{16}$$

dove

$$\theta(d = 0) = \arcsin\left[\sin\rho \sin z \cos(\psi - w) + \cos\rho \cos z\right] \ , \tag{17}$$

mentre $\theta(d)$ è l'angolo sopra riportato. Sarebbe similmente possibile sfruttare la relazione $r(d = 0) + \Delta r = r(d)$, che risulta tuttavia più complicata da risolvere in funzione di d. In conclusione, invertendo la relazione $\theta(d)$ si trova

$$d = w - \psi + \arccos \frac{\sin[\theta(d = 0) + \Delta\theta] - \cos\rho \cos z}{\sin\rho \sin z} \ . \tag{18}$$

Una volta rilevato d per una data posizione solare, tale valore può essere inserito in modo permanente nelle formule per θ e r, di fatto allineando il sistema con il sud astronomico.